BANCO DE TALLERES N° 07

ASIGNATURA: ALGEBRA	**DOCENTES:** Luz Myriam Espitia, Judith Gómez Prieto, Jairo Orlando Valbuena
GRADO: OCTAVO_ 8°	**PERIODO:** TRIMESTRE II

DESEMPEÑO:

- Opera con formas simbólicas que representan números y encuentra valores desconocidos en ecuaciones numéricas

EJE TEMÁTICO: Valor numérico - división de las expresiones algebraicas y método RUFFINI

OBSERVACIONES DEL ÁREA:

- Para el desarrollo de las guías se debe tener en cuenta: identificación del estudiante (nombres y apellidos), grado, asignatura y número de guía correspondiente, orden, buena presentación, imágenes nítidas, verticales y puntualidad al momento de enviarlas al docente correspondiente según la asignatura.

- Las guías, se deben desarrollar en hojas cuadriculadas (puede seguir utilizando los cuadernos de matemáticas y geometría del año pasado, si lo prefiere), a mano, completas, con letra del estudiante (serán revisadas cuando se trabaje en alternancia), escanear con la aplicación CamScanner, guardar en formato PDF, asegurarse de que el archivo haya cargado correctamente antes de enviarlo.

REFERENTE TEÓRICO

VALOR NUMÉRICO (VN) DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Valor numérico de una expresión algebraica

El **valor numérico de una expresión algebraica** es el número que se obtiene al sustituir las letras por números determinados y hacer las operaciones indicadas.

Ejemplo 3

El área de cualquier rectángulo de lados a y b se calcula mediante la expresión $A = a \cdot b$.

Si el rectángulo de la Figura 2 tiene 4 unidades de ancho y 6 unidades de largo, su área es:

$A = 6 \cdot 4 = 24$ unidades cuadradas.

El número 24 es el **valor numérico** de la expresión algebraica $a \cdot b$ cuando $a = 6$ y $b = 4$.

Figura 2

Ten en cuenta

El valor numérico depende del valor que se dé a las letras.

Datos → Fórmula → Valor numérico

Actividad resuelta

Comunicación

1. Escribe la expresión algebraica del área del trapecio de la Figura 3 e indica el significado de las letras.

Solución:

El área del trapecio es $\frac{1}{2}(B + b) \cdot h$, donde B es la base mayor del trapecio, b es la base menor y h es la altura.

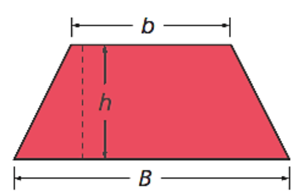


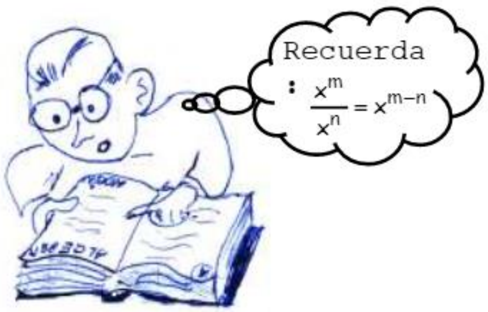
Figura 3

DIVISIÓN DE LA EXPRESIONES ALGEBRAICAS

1 Monomio entre monomio

Para dividir dos monomios solo dividimos parte constante entre parte constante y parte variable entre parte variable.

Así:



Ejemplo 1

- Efectuar: $15x^4y^5 \div 2x^2y$

$$\Rightarrow \frac{15x^4y^5}{2x^2y} = \frac{15}{2} \cdot \frac{x^4y^5}{x^2y}$$

$$= 7 . 5\, x^2y^4$$

Obs.:

i) $\frac{x^4}{x^2} = x^{4-2} = x^2$

ii) $\frac{y^5}{y} = y^{5-1} = y^4$

2 Polinomio entre monomio

Para dividir un polinomio entre un monomio se divide cada término del polinomio entre el monomio. Así:

Ejemplo 1

- Efectuar: $\frac{15x^3y^4z^2 - 25x^7y^3 + 18x^5z^3}{5x^4y^3z^2}$

Cada:

i) $\frac{15x^3y^4z^2}{5x^4y^3z^2} = 3x^{-1}y$

ii) $\frac{-25x^7y3}{5x^4y^3z^2} = -5x^3z^{-2}$

iii) $\frac{18x^5z^3}{5x^4y^3z^2} = \frac{18}{5}xy^{-3}z$

Luego:

La Rpta. será: $3x^{-1}y - 5x^3z^{-2} + \frac{18}{5}xy^{-3}z$

3 POLINOMIO ENTRE POLINOMIO

Para poder dividir un polinomio entre polinomio. Generalmente de una variable **(División Euclidiana)** se utilizan métodos prácticos como Horner, Ruffini con la finalidad que verifique la siguiente identidad.

$$D(x) \equiv d(x)\ .\ q(x) + R(x)$$

$$\text{Grado } D(x) > \text{Grado } d(x)$$

Donde:

- $D(x)$: Dividendo
- $d(x)$: Divisor

} Se conoce

- $q(x)$: Cociente
- $R(x)$: Residuo o Resto

} Se desea calcular

Nota:

- $R(x) = 0 \rightarrow$ División Exacta
- $R(x) \neq 0 \rightarrow$ División Inexacta

División entre polinomios

Para explicar la división de polinomios, se muestra el paso a paso para dividir $x^2 + 3x + 2$ entre $x + 1$.

a. Se ordenan los términos del divisor y el dividendo en potencias descendientes con respecto a una variable.

b. Se halla el primer término del cociente, dividiendo el primer término del dividendo por el primer término del divisor.

c. Se multiplica todo el divisor por el término del cociente que se halló en el paso anterior y se ubican los productos debajo de los respectivos términos del dividendo.

d. Se restan las cantidades.

e. Se repite el procedimiento anterior con todos los términos del polinomio dividendo.

$$\begin{array}{rrrr|l} & x^2 + & 3x + & 2 & \underline{x+2} \\ - & x^2 - & 2x & & x+1 \\ \hline & 0 + & x + & 2 & \\ & & - x - & 2 & \\ \hline & & & 0 & \end{array}$$

¿QUÉ ES LA REGLA DE RUFFINI?

En matemáticas, la regla de Ruffini es un método algebraico que permite dividir cualquier polinomio entre polinomios de la forma x-r de manera rápida. La regla de Ruffini recibe este nombre por el matemático Paolo Ruffini, que fue quien inventó este método.

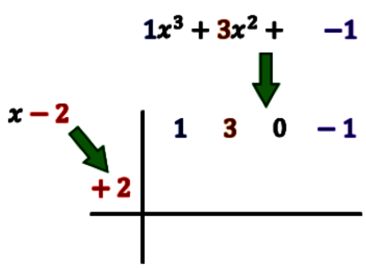
Sin embargo, la regla de Ruffini no solo se usa para dividir polinomios, sino que tiene muchas más utilidades. Por ejemplo, la regla de Ruffini también se utiliza para hallar las raíces de un polinomio, para encontrar el valor numérico de un polinomio, para factorizar un polinomio o incluso para resolver ecuaciones de tercer grado o superior.

Por último, la regla de Ruffini también se conoce como método de Ruffini, teorema de Ruffini o división sintética de polinomios.

<u>EJEMPLO DE LA REGLA DE RUFFINI</u>

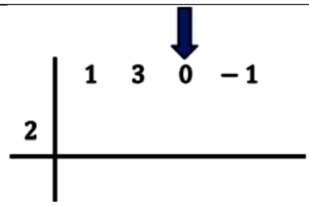
Resuelve la siguiente división de polinomios usando la regla de Ruffini: $(x^3 + 3x^2 - 1) : (x - 2)$

1. Debemos dibujar dos líneas perpendiculares cortándose, y luego colocar el dividendo y el divisor de la siguiente forma:

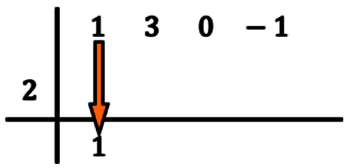


Como puedes ver, debemos poner los coeficientes del polinomio dividendo en la parte de arriba ordenados de mayor a menor grado, y el término independiente del polinomio divisor lo situamos en la izquierda de la caja cambiado de signo.

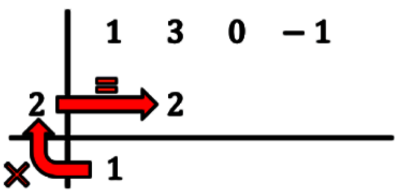
Atención: Si el polinomio dividendo no tiene un término de un determinado grado (polinomio incompleto), se pone un 0 en su lugar. Por ejemplo, en este caso el polinomio x^3+3x^2-1 no tiene monomio de grado 1, por eso hemos puesto un 0 en su lugar.



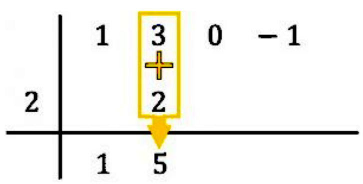
Una vez hemos posicionado los polinomios que intervienen en la operación, bajamos el primer número directamente a la fila de abajo:



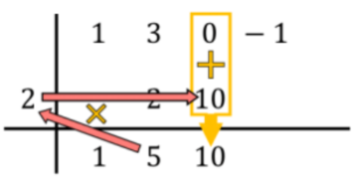
Ahora viene el paso que caracteriza la regla de Ruffini: **multiplicamos el número de abajo por el número de la izquierda y colocamos el resultado en la siguiente columna:**



Y sumamos los números de la columna, poniendo el resultado de la suma justo debajo:



Así pues, el método de Ruffini consiste en ir repitiendo este proceso. Por lo tanto, volvemos a hacer lo mismo: multiplicamos el número de abajo por el número de la izquierda, ponemos el resultado en la siguiente columna y, finalmente, hacemos la suma de los números que están alineados verticalmente:



Y vamos repitiendo el mismo procedimiento sucesivamente hasta el final. Primero hacemos el producto del número de abajo por el número de la izquierda, luego colocamos el resultado en la siguiente columna y, por último, sumamos los números de la misma columna:

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & & 2 & 10 & 20 \\ \hline & 1 & 5 & 10 & 19 \end{array}$$

De modo que cuando hemos completado todas las columnas significa que ya hemos terminado la división de polinomios.

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 3 & 0 & -1 \\
2 & & 2 & 10 & 20 \\
\hline
 & 1 & 5 & 10 & \boxed{19}
\end{array}
$$

Así que solo nos falta hallar el resultado de la división de los polinomios:

El resto de la división entre los dos polinomios es el último número de la fila de abajo, por lo que en nuestro caso el residuo es igual a 19. Se suele indicar el resto poniendo una barra a la izquierda y otra debajo de dicho número.

El cociente de la división polinomial lo determinan los otros valores obtenidos, que son los coeficientes del polinomio del cociente. El primer número empezando por la derecha corresponde al coeficiente del término grado 0, el siguiente número se trata del coeficiente del término de grado 1, el siguiente del grado 2, el siguiente del grado 3,… y así hasta el final. Por lo tanto:

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 3 & 0 & -1 \\
2 & & 2 & 10 & 20 \\
\hline
 & \underbrace{1 \quad 5 \quad 10} & & & \boxed{19}
\end{array}
$$

$$\textit{Cociente}: 1x^2 + 5x + 10$$

$$\textit{Resto}: 19$$

REFERENTE OPERACIONAL (SABER HACER)

1 **Halla el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores que se indican.**

a. $x^2 - x$, para $x = 3$

b. $4x - 5$, para $x = 1$

c. $3z^2 - 10$, para $z = 2$

d. $20 - 2rt^2$, para $r = 1$ y para $t = 5$

2 **Encuentra el valor del área de una superficie cuadrada de 7,5 m de lado.**

I. En los siguientes casos dividir e indicar el coeficiente resultante:

3 $\dfrac{14x^7y^4z^7}{2x^5y^nz^p}$

Rpta.: ……………………………………

4 $\dfrac{5x^{m-n}y^{2m-3} + 7x^{n-m}y^{2n-7}}{3x^my^n}$

Rpta.: ……………………………………

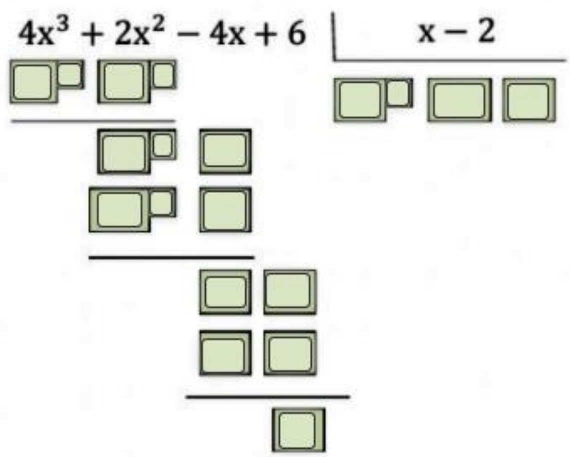
5 Resuelve por método de Ruffini: $21x^3 - x^2 - 38x + 26$ **entre** $7x + 5$

1 Completar y Ordenar los Polinomios

DIVISIÓN	D(x) y d(x)
$\dfrac{5x^4-2x^2+3-5x}{5+2x^2-x}$	D(x) = d(x) =
$\dfrac{5x^4-3+4x^3-2x^2}{x^2+2-x}$	D(x) = d(x) =
$\dfrac{3x^4-5x^2+2}{3+x^3}$	D(x) = d(x) =
$\dfrac{2x^4-5x^3+3}{2x^2-2x}$	D(x) = d(x) =

2

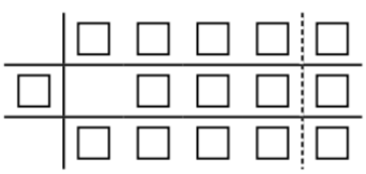
Dividir $4x^3+2x^2-4x+6$ entre $x-2$



3

Completa el esquema e indica el cociente y residuo al dividir:

$$\frac{5x^2-9x-5x^3-8+2x^4}{-3+x}$$



Cociente: $q(x) = \square\,\square^{\square} + \square\,\square^{\square} + \square\,\square^{\square} + \square$

Residuo: $R(x) = \square$

Efectuar las siguientes divisiones por el método de Ruffini:

4

$$\frac{x^3-x^2+x-5}{x-1}$$

Indicar la suma de coeficientes del cociente.

a) 0 b) 4 c) -2
d) 3 e) 2

5

$$\frac{2x^4+3x+2x^3-5}{x+1}$$

Dar por respuesta el mayor coeficiente del cociente.

a) 2 b) 3 c) 1
d) -2 e) 4