INSTITUCIÓN EDUCATIVA DEPARTAMENTAL
"NUESTRA SEÑORA DEL CARMEN"
LENGUAZAQUE CUNDINAMARCA
Aprobación Oficial Según Resolución Nº 00917 de febrero 06 de 2009
Resolución de Integración Nº 2568 de junio 02 de 2005
Ampliación de la Prestación del Servicio Educativo a nivel de
Media Técnica Según resolución Nº 009663 de diciembre 26 de 2014
NIT: 832.002.867-6

BANCO DE TALLERES N° 1	
ASIGNATURA: ÁLGEBRA	**DOCENTES:**
GRADO: NOVENO	**PERIODO:** PRIMERO

DESEMPEÑO: - Construye expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

EJE TEMÁTICO: Repaso casos de factorización y fracciones algebraicas.

OBSERVACIONES DEL ÁREA:

Para el desarrollo de las guías se debe tener en cuenta: identificación del estudiante (nombres y apellidos), grado, asignatura y número de guía correspondiente, orden, buena presentación, imágenes nítidas y verticales y puntualidad al momento de enviarlas al docente correspondiente según la asignatura.

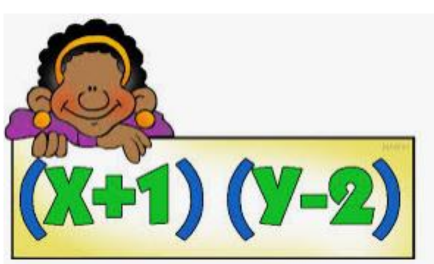
Las guías, se deben desarrollar en hojas cuadriculadas (puede seguir utilizando los cuadernos de matemáticas y geometría del año pasado, si lo prefiere), a mano, completas, con letra del estudiante (serán revisadas cuando se trabaje en alternancia), escanear con la aplicación camscanner, guardar en formato PDF, asegurarse de que el archivo haya cargado correctamente antes de enviarlo.

Estar atento a las indicaciones de cada docente (WhatsApp, llamadas, email), utilizar el material de apoyo proporcionado (revisar la parte teórica de cada guía, videos, enlaces, entre otros), asistir en lo posible a todas las clases virtuales programadas por el tutor de cada asignatura, para lo cual debe crear un correo electrónico en Gmail así: primerapellidonombrensc@gmail.com Ejemplo: perezpedronsc@gamil.com, donde nsc significa; Nuestra Señora del Carmen.

Verificar que el correo haya sido enviado y recibido por el docente correspondiente.

Se darán incentivos a los estudiantes que participen en las clases virtuales en las que debe mostrar buena actitud, comportamiento, puntualidad y participación activa.

REFERENTE TEÓRICO



Si se multiplican dos números reales a y b, éstos se denominan factores de su producto (a)(b) = ab. Es decir, si se tiene el producto de (2)(5) = 2*5 = 10, entonces 2 y 5 son factores de 10. Si un polinomio es el producto de otros polinomios, entonces a cada uno de los polinomios anteriores se le denomina factores del polinomio original.

Como por ejemplo: (x-7)(x+7)=$x^2 - 49$ se deduce que los polinomios x- 7 y x+ 7 son factores del polinomio $x^2 - 49$.

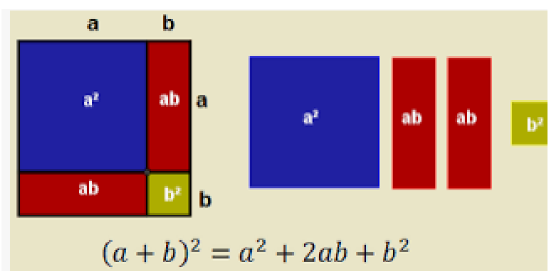
El proceso de hallar los factores de un polinomio se conoce como factorización o descomposición del polinomio. La factorización es importante cuando se trabaja con fracciones y se resuelven ecuaciones. También se puede decir que: La descomposición de un polinomio p(x) consiste en expresarlo como producto de otros polinomios, de igual o menor grado que el mismo. Por ejemplo: Los polinomios (x-2), (x+3) y (x-4) son factores del polinomio $x^3 - 3x^2 - 10x + 24$. Pues

$$(x-2)(x+3)(x-4) = (x^2 + x - 6)(x-4) = x^3 - 3x^2 - 10x + 24$$

Es decir que el producto $(x-2)(x+3)(x-4)$ es la descomposición o factorización del polinomio $x^3 - 3x^2 - 10x + 24$.

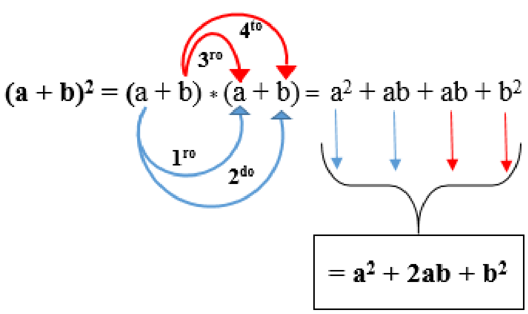
RODUCTOS NOTABLES Los productos notables son operaciones algebraicas, donde se expresan multiplicaciones de polinomios, que no necesitan ser resueltas tradicionalmente, sino que con la ayuda de ciertas reglas se pueden encontrar los resultados de las mismas.

Los polinomios son multiplicados entres si, por lo tanto, es posible que tengan una gran cantidad de términos y variables. Para hacer más corto el proceso, se usan las reglas de los productos notables, que permiten hacer las multiplicaciones sin tener que ir término por término.



Los siguientes productos de polinomios son muy usuales en álgebra, normalmente identificables y ayudan en el proceso de factorización de polinomios. Por tal razón se denominan productos notables.

Primero: binomio al cuadrado. Es la multiplicación de un binomio por sí mismo, expresada en forma de potencia, donde los términos son sumados o restados: $(\mathrm{A}+\mathrm{B})(\mathrm{A}+\mathrm{B}) = (A+B)^2 = A^2 + 2*A*B + B^2$.



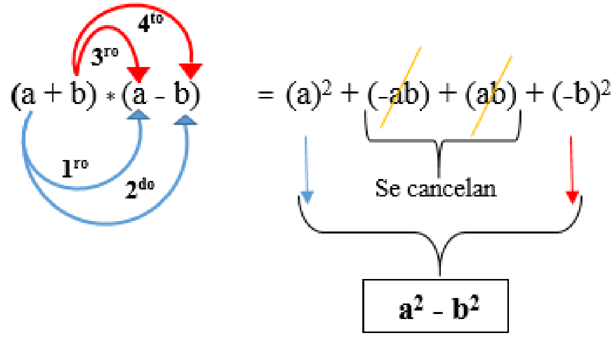
"El primer término al cuadrado **MÁS** dos veces el producto del primer y segundo término, **más** el segundo término elevado al cuadrado". Ejemplos:

$(X+2)^2 = (X+2)(X+2) = X^2 + 2X + 2X + 2^2 = X^2 + 4X + 4$.

$(5+2X)^2 = (5+2X)(5+2X) = 5^2 + 10X + 10X + (2X)^2 = 4X^2 + 20X + 4X^2$.

$(3X+4Y)^2 = (3X+4Y)(3X+4Y) = (3X)^2 + 12XY + 12XY + (4Y)^2 = 9X^2 + 24XY + 16Y^2$.

Segundo: binomio al cuadrado. Se aplica la misma regla del binomio de una suma, solo que en este caso el segundo término es negativo. $(\mathrm{A}-\mathrm{B})(\mathrm{A}-\mathrm{B}) = (A-B)^2 = A^2 - 2*A*B + B^2$.



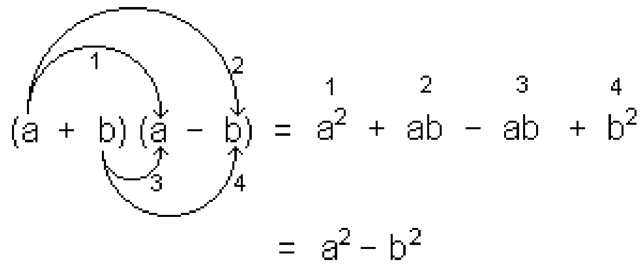
"El primer término al cuadrado **MENOS** dos veces el producto del primer y segundo término, **más** el segundo término elevado al cuadrado". Ejemplos:

$(X-2)^2 = (X-2)(X-2) = X^2 - 2X - 2X + (-2)^2 = X^2 - 4X + 4$.

$(5-2X)^2 = (5-2X)(5-2X) = 5^2 - 10X - 10X + (-2X)^2 = 4X^2 - 20X + 4X^2$.

$(3X-4Y)^2 = (3X-4Y)(3X-4Y) = (3X)^2 - 12XY - 12XY + (4Y)^2 = 9X^2 - 24XY + 16Y^2$.

Tercero: binomio conjugado $(\mathrm{A}+\mathrm{B})(\mathrm{A}-\mathrm{B}) = A^2 + A*B - A*B + B^2 = A^2 - B^2$



"La **diferencia** de cada término elevado al cuadrado", o, "el primer término elevado al cuadrado **menos** el segundo término elevado al cuadrado". Recuerda que por la propiedad conmutativa del producto (x-2)(x+2) es igual a (x+2) (x-2). Ejemplos:

$(X-2)(X+2) = X^2 + 2X - 2X - (2)^2 = X^2 - 4$.

$(5+2X)(5-2X) = 5^2 - 10X + 10X - (2X)^2 = 25 - 4X^2$.

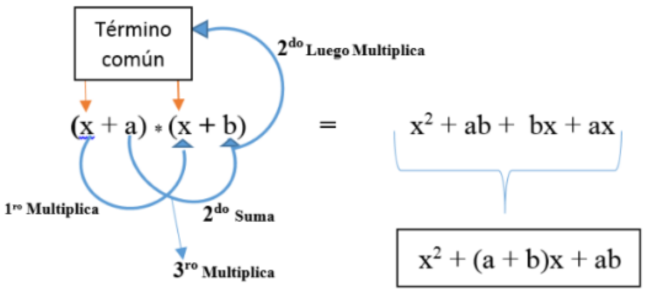
$(3X+4Y)(3X-4Y) = (3X)^2 - 12XY + 12XY - (4Y)^2 = 9X^2 - 16Y^2$.

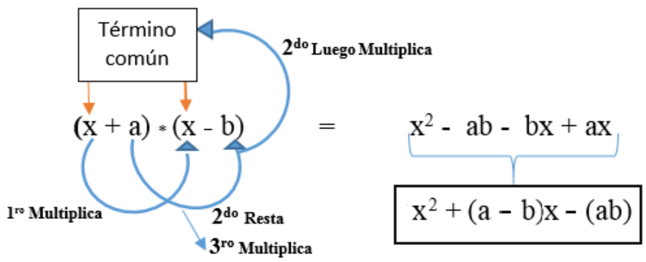
Cuarto: suma y diferencia de dos cubos

Quinto: Binomio con término común. Es uno de los productos notables más complejos y poco utilizados porque se trata de una multiplicación de dos binomios que tienen un término en común. La regla indica lo siguiente:

- El cuadrado del término común.
- Más la suma los términos que no son comunes y luego multiplicarlos por el término común.

- Más la suma de la multiplicación de los términos que no son comunes.





Ejemplos:

$(X-2)(X+4) = X^2 - 2X + 4X - (8) \quad = X^2 - 2x - 8.$
$(5+3X)(5-2X) = 25 - 6X + 15X - 6(X)^2 = 25 + 9X - 6X^2.$
$(X+4Y)(3X-Y) = 3(X)^2 - XY + 12XY - 4(Y)^2 = 3X^2 + 11XY - 4Y^2.$

FACTOR COMÚN: Se trata de obtener un factor (ya sea numérico o una variable) que sea común a toda la expresión y crear una multiplicación con él. Ejemplo: $8x2 + 2xy = 2x(4x + y)$

FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS.

Este caso es principalmente igual que el anterior, solo que en este caso existen dos factores en común. Ejemplo: $8xz + 2xy - 12kz - 3ky$ Organizamos dos grupos: $(8xz + 2xy) - (12kz + 3ky)$.

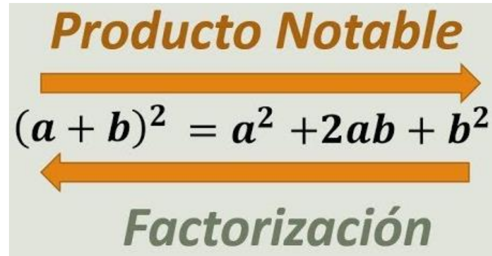
Observamos que el segundo paréntesis quedó precedido del signo – y eso quiere decir que los signos de los términos que queden dentro de ese paréntesis, cambian. Luego calculamos factor común de cada uno de los grupos:

$$2x(4z + y) - 3k(4z + y).$$

El signo menos, nos indica que hay dos términos. Calculamos factor común de los dos términos:

$$(4z + y)(2x - 3k)$$

Factorización con productos notables

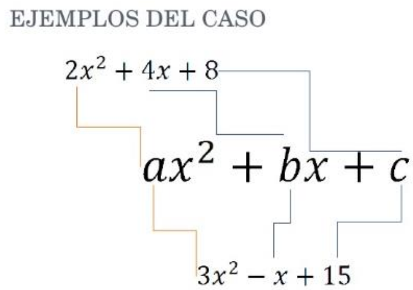


Con la aplicación de los productos notables, pero en sentido contrario, se pueden descomponer algunos polinomios en producto de otros dos más simples (casos de factorización 3, 4, 6, 7, 9 y 10). Se puede aplicar el cuadrado de una suma o de una diferencia, un binomio al cuadrado, como es el ejemplo del siguiente trinomio dado p(x)= X^2 + 10X+25. Considerando que X^2 es el cuadrado de x, 25 es el cuadrado de 5, y 10x es el doble del producto de x por 5 entonces: p(x) = $(X+5)^2$. Si se factoriza aplicando suma por diferencia, es decir, un binomio conjugado de la forma 25X^2 - 64, su resultado es: 25X^2 - 64 = (5x + 8)(5x - 8)

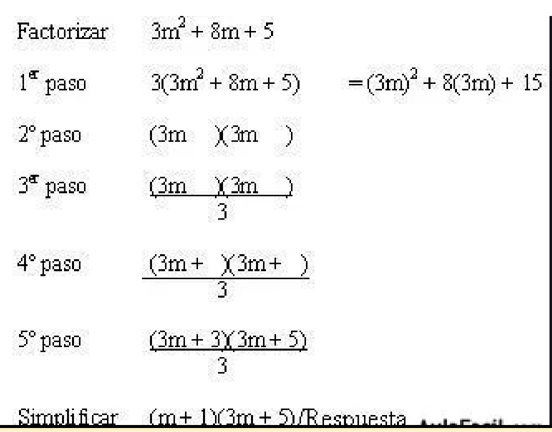
Ejemplos:

1. Factorizar los siguientes polinomios, reconociendo productos notables. Como los siguientes binomios cuadrados:
X^2+6x+9=$(x+3)^2$
X^2-8x+16=$(x-4)^2$
9X^2 - 6x+ 1 = $(3x - 1)^2$.
2. El polinomio 8X^6 - 27Y^9 se reconoce como la diferencia de dos cubos, el caso quinto de productos notables. Solución:
8X^6 - 27Y^9 = $(2X^2)^3 - (3Y^3)^3$ =
$(2X^2$- $3Y^3)$ $(4X^4 + 6X^2Y^3 + 9\,Y^6)$.
3. El polinomio 16X^4 - $(Y-2Z)^2$ se resuelve al observar que es una diferencia de dos cuadrados, resultado de un binomio conjugado. Solución:
$16X^4 - (Y-2Z)^2 = (4X^2)^2 - (Y-2Z)^2 =$
$(4X^2 - (Y-2Z))(4X^2 + (Y-2Z))$
$= (4X^2 - Y + 2Z)(4X^2 + Y - 2Z)$

4. El trinomio X^2 + 3x- 28 es de la forma del segundo miembro en la aplicación 3 del binomio con término común. Éste puede factorizarse en el producto de dos binomios x + a y x + b si hay dos enteros a y b tales que ab = -28 y a + b = 3. Los enteros -4 y 7 satisfacen estas condiciones, y de este modo se tiene: X^2 + 3x - 28 = (x - 4)(x + 7) = (-4 + x)(7 + x) El trinomio también puede factorizarse aplicando la ley distributiva, es decir:
X^2+3X-28 =X^2+(-4)X+7X+(-4)(7) =X(X-4)+7(X-4)= (x- 4)(x+ 7).



5. Algunos polinomios de tres términos se resuelven mediante la aplicación 2 del caso sexto para productos notables, de una manera sencilla y rápida, factorizando por un método de ensayo y error que requiere memorizar una pequeña regla: A * C= coeficiente del primer término del trinomio. B * D= coeficiente del tercer término del trinomio. A* D+ B * C= coeficiente del segundo término del trinomio. Para factorizar el trinomio 15X^2 + 7XY- 2Y^2 como un producto de dos binomios (Ax+By)(Cx+Dy), como el indicado en el punto 2 del caso sexto de productos notables, se determinan dos números ,4 y C cuyo producto sea 15 y dos números B y .D cuyo producto sea -2, tal que AD + BC sea igual a 7. Si A y C van a ser positivos, las posibilidades de A y C son 1 y 15, o bien, 3 y 5. Las posibilidades de B y D son 1 y -2 y -1 y 2. Mediante aproximaciones sucesivas se obtiene el término medio requerido 7XY si se escribe: 15X^2 + 7XY- 2Y^2= (3X+ 2Y)(5X - Y).



Factorización de polinomios combinando ambos métodos
1. En el polinomio p(x) = $X^3 + 2X^2 + X$ se observa un factor común X, por tanto se escribe X($X^2 + 2X + 1$), y este nuevo trinomio es el resultado de un binomio al cuadrado . De esta forma, combinando los dos métodos se descompone el polinomio, expresándolo como una serie de productos: p(x)= $X^3 + 2X^2 + X$ = X($X^2 + 2X + 1$)= $X(X+1)^2$ =X(X+ 1)(X+ 1).
2. En el trinomio 2sT^4 - 8sT^2 - 90s hay un factor común monomial 2s. De aquí el trinomio pueda escribirse como 2s(T^4 - 4T^2 - 45). Este nuevo trinomio puede factorizarse y expresarlo como el producto de dos binomios, uno de los cuales es la diferencia de dos cuadrados:
2s(T^4 - 4T^2 - 45) =2s($T^2 + 5$)($T^2 - 9$) = 2s(T^2 + 5)($T - 3$)($T + 3$).

Suma O Diferencia De Cubos
Es la transformación de una expresión algebraica racional entera en el producto de sus factores racionales y enteros, primos entre sí.
1) Se extrae la raíz cúbica de cada término.
2) Se forma un producto de dos factores.
3) Los factores binomios son la suma de las raíces cúbicas de los términos del binomio.
4) Los factores trinomios se determinan así: El cuadrado de la primera raíz menos el producto de estas raíces más el cuadrado de la segunda raíz.
Ejemplo: Factorizar $8X^3 + 27$.
Como la raíz cubica de $8X^3$ es 2X, y la de 27 es 3, entonces:

$$8X^3 + 27 = (2X+3)((2X)^2 - (2X)(3) + 3^2)$$
$$= (2X+3)(4X^2 - 6X + 9)$$

De forma similar podemos resolver $27X^6 - 64$, teniendo en cuenta que la raíz cubica de $27X^6$ es $3X^2$ y de -64 es -4, así:

$$27X^6 - 64 = (3X^2 - 4)((3X^2)^2 - (3X^2)(-4) + (-4)^2)$$
$$= (3X^2 - 4)(9X^4 + 12X^2 + 16)$$

APOYO

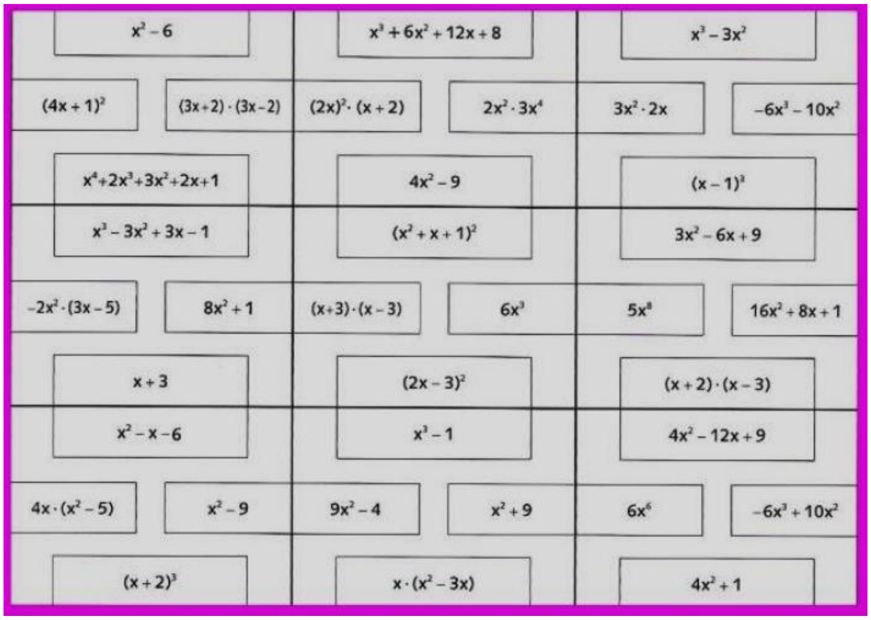
https://videosdematematicas.com/Formularios%20pdf/Matematicas/Factorizacion.pdf

https://www.youtube.com/watch?v=i0lKQNiLVsM

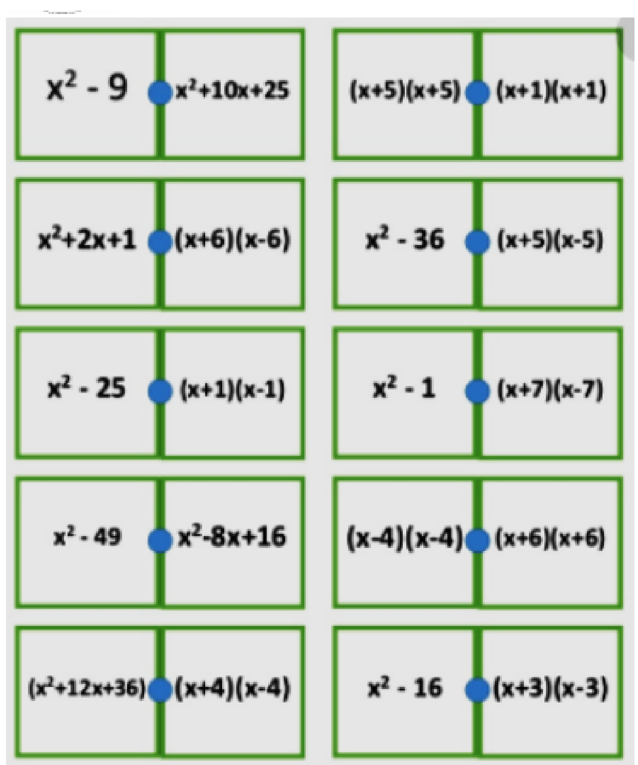
https://www.youtube.com/watch?v=athYuPXPkeY

REFERENTE OPERACIONAL (SABER HACER)

1. Recorta o dibuja las nueve fichas, con ellas ubícalas de tal forma que dos lados adyacentes tengan a su polinomio y a su factorización. Explica claramente que caso de factorización se debe utilizar.



2. Recorta o dibuja las fichas de dominó, arma una secuencia del juego con ocho fichas teniendo en cuenta el polinomio y su factorización.



3. Identifica los casos de factorización presentes en tu domino (ocho fichas), y da una pequeña explicación de cómo se resuelve cada uno

EVALUACIÓN (SABER SABER)

1. De la siguiente lista de ejercicios escoge uno por cada caso de factorización y resuélvelos

1.- $5a^2+a$	2.- $m^2+2mx+x^2$	3.- $a^2+a-ab-b$
4.- x^2-36	5.- $9x^2-6xy+y^2$	6.- x^2-3x-4
7.- $6x^2-x-2$	8.- $1+x^3$	9.- $27x^3-1$
10.- x^5+m^5	11.- $a^3-3a^2b+5ab^2$	12.- 2xy-6y+xz-3z
13.- $1-4b+4b^2$	14.- $4x^4+3x^2y^2+y^4$	15.- $x^8-6x^4y^4+y^8$
16.- a^2-a-30	17.- $15m^2+11m-14$	18.- a^6+1
19.- $8m^3-27y^6$	20.- $16a^2-24ab+9b^2$	21.- $8a^3-12a^2+6a-1$
22.- $1-m^4$	23.- x^4+4x^2-21	24.- $a^2+2ab+b^2-m^2$
25.- $8a^2b+16a^3b-24a^2b^2$	26.- x^5-x^4+x-1	27.- $6x^2+19x-20$
28.- $x^2-a^2+2xy+y^2+2ab-b^2$		29.- a(x+1)-b(x+1)+c(x+1)
30.- $a^2-d^2+n^2-c^2-2an-2cd$		31.- $1x^2+216x^9$

REFLEXIÓN

Colorea de verde, naranja o rojo, de acuerdo a tu experiencia con este taller: