INSTITUCIÒN EDUCATIVA DEPARTAMENTAL
“NUESTRA SEÑORA DEL CARMEN”
LENGUAZAQUE CUNDINAMARCA

BANCO DE TALLER N°2	
ASIGNATURA: GEOMETRÍA	DOCENTES: LUZ MYRIAM ESPITIA Y KATHERINE SOTELO.
GRADO: OCTAVO	PERIODO: PRIMERO
DESEMPEÑO: Identifica relaciones de congruencia y semejanza entre las formas geométricas que configuran el diseño de un objeto.	
EJE TEMATICO: elementos básicos de la demostración, ángulos y ángulos.	

OBSERVACIONES DEL ÁREA:

Para el desarrollo de las guías se debe tener en cuenta: identificación del estudiante (nombres y apellidos), grado, asignatura y número de guía correspondiente, orden, buena presentación, imágenes nítidas y verticales y puntualidad al momento de enviarlas al docente correspondiente según la asignatura.

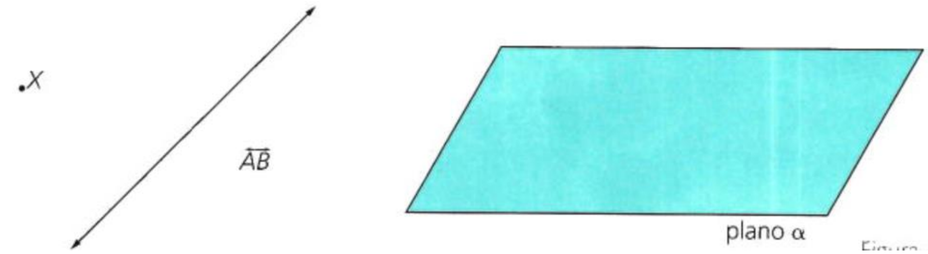
Las guías, se deben desarrollar en el cuaderno (puede seguir utilizando los cuadernos de matemáticas y geometría del año pasado, si lo prefiere), a mano, completas, con letra del estudiante (serán revisadas cuando se trabaje en alternancia), escanear con la aplicación camscanner, guardar en formato PDF, asegurarse de que el archivo haya cargado correctamente antes de enviarlo.

Estar atento a las indicaciones de cada docente (WhatsApp, llamadas, email), utilizar el material de apoyo proporcionado (revisar la parte teórica de cada guía, videos, enlaces, entre otros), asistir en lo posible a todas las clases virtuales programadas por el tutor de cada asignatura, para lo cual debe crear un correo electrónico en Gmail así: primerapellidonombrensc@gmail.com Ejemplo: perezpedronsc@gamil.com, donde nsc significa; Nuestra Señora del Carmen. Verificar que el correo haya sido enviado y recibido por el docente correspondiente.

REFERENTE TEÓRICO

1. ELEMENTOS BÁSICO DE LA DEMOSTRACIÓN

Para construir cualquier definición geométrica se parte del conocimiento de los elementos básico de la geometría tales como el punto, la recta y el plano.



Punto es la ubicación de un lugar. No tiene tamaño. Se representa con un pequeño círculo	Una **línea** es una sucesión indefinida de puntos, no tiene espesor y se extiende al infinito. Requiere de dos puntos para definirse	Un **plano** es una superficie sin grosor. Requiere de únicamente tres puntos para definirse.
Espacio está formado por todos los puntos posibles y contiene infinitos planos.	**Puntos colineales** Son todos los puntos que están situados sobre una misma recta	**Puntos coplanares** Son todos los puntos que están situados en un mismo plano.

De ahora en adelante, se considerarán las rectas y planos como conjuntos de puntos.

Una **definición** es un enunciado que especifica las características de un objeto de manera que pueda identificarse y diferenciarse de otros.

1.1. La demostración en geometría

En ocasiones es necesario comprobar algunas propiedades de los objetos geométricos empleando el **método deductivo** que consiste en demostrar algunas afirmaciones, utilizando otras, que son aceptadas como verdaderas.

Las afirmaciones que se asumen como verdaderas, se llaman axiomas y postulados

Los **Axiomas** son enunciados simples que se aceptan como verdades universales. En geometría, son enunciados intuitivamente evidentes. Los **postulados** son enunciados más complejos, que describen propiedades fundamentales de los objetos geométricos y se aceptan como verdades.

Cuando un enunciado requiere ser demostrado se llama teorema.

Un **teorema** es un ununciado que se debe demostrar desde el punto de vista de la lógica, usando las definicones, axiomas o postulados establecidos.

Identifica si los siguientes enunciados son axiomas, postulados o teoremas.

a. Un plano contiene almenos tres puntos distintos no colineales.
b. Por un punto exterior a una recta pas solo un recta paralela a la recta dada.
c. Si dos rectas distintas se intersecan, su intersección es un único punto.

Las afirmaciones a y b son postulados, pero el enunciado c es un teorema.

Ejemplo 2

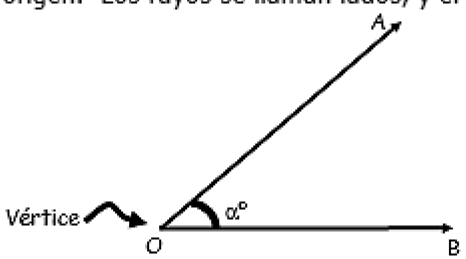
Los axiomas son la base fundamental de la gometría. Algunos axiomas básicos son:

- El espacio tiene infinitos puntos , rectas y planos.
- El plano tiene infinitos puntos y rectas.
- La recta tiene infinitos puntos.
- Por un punto pasan infiitas recctas.
- Por una recta pasan infiitos planos.

Los métodos de demostración pueden ser **directos e indirectos**. El **método directo** parte de la hiótesis para llegar a la conclusión. El **método indirecto** parte de la negación de la conclusión para llegar a la negación de la hipótesis.

2. ÁNGULOS

ÁNGULO: Un ángulo está formado por dos semirrectas que tienen el mismo origen. Los rayos se llaman lados, y el punto de origen, vértice.



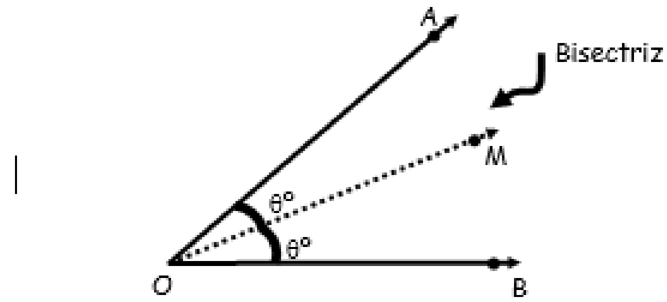
Notación: $\measuredangle AOB$, $A\hat{O}B$.

Medida del ángulo: $m\measuredangle AOB = \alpha°$

$m\,A\hat{O}B = \alpha°$

BISECTRIZ DE UN ÁNGULO.

Rayo que biseca al ángulo.



$\overrightarrow{OM}$: Bisectriz del $A\hat{O}B$.

2.1 Postulado de la medida de ángulos

A cada ángulo *ABC* le corresponde un número real entre 0° y 180°.

Cuando dos ángulos tienen la misma medida son **congruentes**. (Figura 4.7.).

Para indicar que dos ángulos son congruentes se utiliza el símbo o ≅.

El ángulo *ABC* es congruente con el ángulo *DEF*. Se escribe: $\measuredangle ABC \cong \measuredangle DEF$

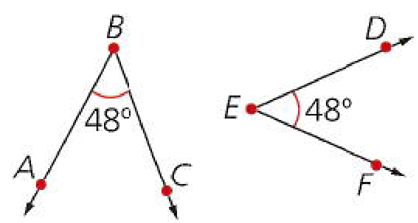


Figura 4.7

2.2 Postulado de la adición de ángulos

La medida de un ángulo se puede calcular por adición y sustracción, teniendo en cuenta el siguiente postulado.

Si un punto M está en el interior del ángulo PQR (Figura 4.8), entonces, se cumple que la medida del ángulo exterior es igual a la suma de las medidas de los dos ángulos interiores. Es decir:

$$m\measuredangle PQR = m\measuredangle PQM + m\measuredangle MQR$$

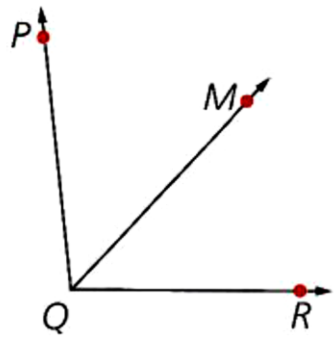


Figura 4.8

Ejemplo 2

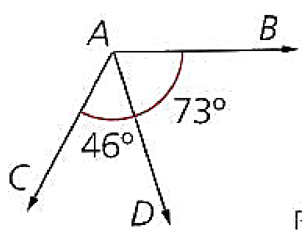
La medida del ángulo CAB de la Figura 4.9 se puede calcular así:

$m\measuredangle CAD + m\measuredangle DAB = m\measuredangle CAB$

$46^\circ + 73^\circ = m\measuredangle CAB$

$119^\circ = m\measuredangle CAB$

Entonces la medida del ángulo CAB es 119°.



2.3 Clases de ángulos según sus posición

Los ángulos se pueden clasificar según su posición o según su medida.

Ángulos adyacentes:

Dos ángulos son addyacentes si tienen en común el vértice y un lado pero no tienen puntos interiores en común.

Ejemplo:

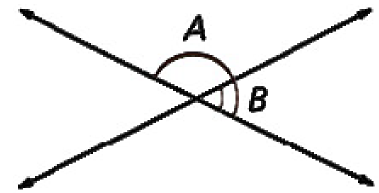
Los ángulos $\measuredangle X$ y $Y\measuredangle$ de la Figura 4.10 son adyacentes.

Par lineal:

Se les llama así a dos ángulos adyacentes cuyos lados no comunes están sobre la misma recta.

Ejemplo 4

Los ángulos $\measuredangle A$ y $\measuredangle B$ de la figura siguiente forman un par lineal.

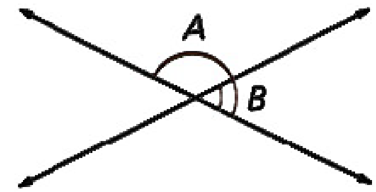


Ángulos opuestos por el vértice

Son aquellos ángulos cuyos lados forman dos pares de rayos opuestos.

Ejemplo 5

Los ángulos $\measuredangle A$ y $\measuredangle C$ de la siguiente figura son opuestos por el vértice.



Ángulos complementarios y ángulos suplementarios:

Dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas es 90°
Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es 180°

Ejemplo 6

Los ángulos $\measuredangle A$ y $\measuredangle B$ de la Fig. 4.13 son complementarios porque

$$m\measuredangle A + m\measuredangle B = 61^\circ + 29^\circ = 90^\circ$$

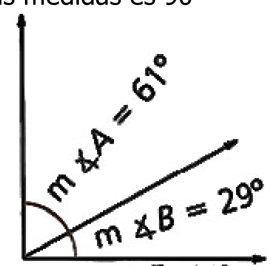


Fig. 4.13

2.4 Postulado del suplemento

Si dos ángulos forma un par lineal, entonces son suplementarios.

Ejemplo 7

Los ángulos $\measuredangle A$ y $\measuredangle B$ de la Fig. 4.14 forman un par lineal.
Entonces, $\measuredangle A + \measuredangle B = 180^\circ$

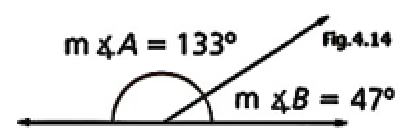


Fig.4.14

Ejemplos 8

En la Fig.4.15 el ángulo $\measuredangle AOC$ mide 180° y el $\measuredangle BOC$ mide 70°. Luego,
$m\measuredangle AOB = m\measuredangle AOC - m\measuredangle BOC = 110^\circ$

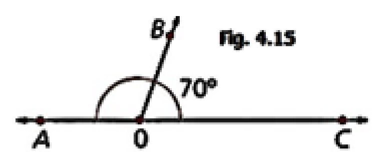


Fig. 4.15

Ejemplo 9

Demuestra el teorema: *"los ángulos opuestos por el vértice son congruentes."*

Demostrar este teorema es equivalente a probar que en la Figura 4.16 el $\measuredangle 2 \cong \measuredangle 4$. En la Tabla 4.1 se presenta la demostración.

Afirmación	Razón
$\measuredangle 1$ y $\measuredangle 2$ forman un par lineal. $\measuredangle 1$ y $\measuredangle 4$ forman un par lineal.	Definición de par lineal.
$m\measuredangle 1 + m\measuredangle 2 = 180°$ $m\measuredangle 1 + m\measuredangle 4 = 180°$	Los ángulos que forman un par lineal son suplementarios.
$m\measuredangle 1 + m\measuredangle 2 = m\measuredangle 1 + m\measuredangle 4$	Igualando las expresiones.
$m\measuredangle 2 = m\measuredangle 4$	Se simplifica la igualdad.
$\measuredangle 2 \cong \measuredangle 4$	Definición de congruencia.

Tabla 4.1

REFERENTE OPERACIONAL (SABER HACER)

1. H|az una representación gráfica de estos postulados de la geometría de Euclides.
   a. Una línea recta puede ser dibujada pasando por dos puntos cualquiera.
   b. Un segmento de recta puede ser construido en cualquier dirección a lo largo de una línea recta.
   c. Un círculo puede ser dibujado siempre que estén dados el centro y el radio.

2. Indica si cadaa afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

   a. Los postulados son enunciados que debeen comprobarse. ( )

   b. Los axiomas son afirmaciones aceptadas como verdaderas. ( )

   c. Un axioma es agual a un postulado. ( )

3. En la siguiente figura, H, J e I representan puntos colineales.

¿En qué condiciones se puede hacer esta afirmación?

4. De acuerdo con la Fig. 4.17, encuentra:
   a. Los ángulos adyacentes con el $\measuredangle 1$
   b. Un par de ángulos opuestos por el vértice.|
   c. Un ángulo congruente con el $\measuredangle 3$.

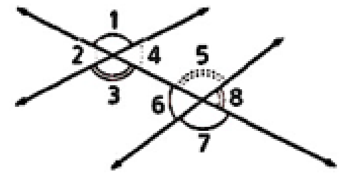


Figura 4.17

5. Clasifica los ángulos de cada grupo según la posición de sus lados.

a.

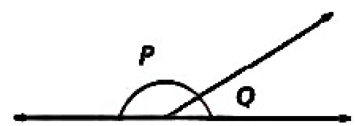


Figura 4.18

b.

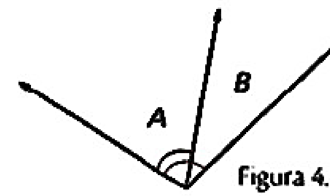


Figura 4.19

c.

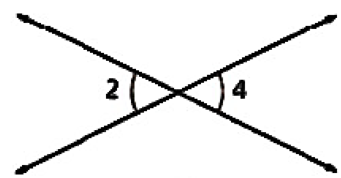


Figura 4.20

d.

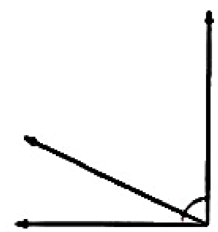


Figura 4.21

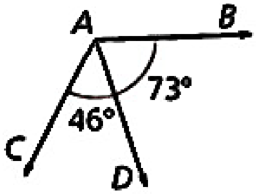
EVALUACIÓN (SABER SABER)

6. Halla el suplemento de cada ángulo.

a. 38° b. 100° c. 92°

d. 115° e. 87° f. 102°

7. Calcula la medida del ángulo CAB de la Fig. 4.23.



8. Halla la suma de las medidas de los ángulos A y B. Clasifica loa ángulos que intervienen en la adición.

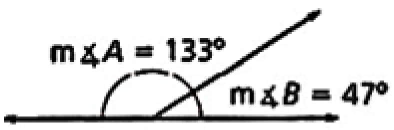


Figura 4.24

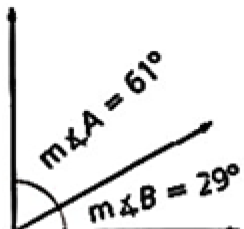


Fig. 4.25

9. Halla los valores de los ángulos $\alpha, \beta \ y \ \delta$

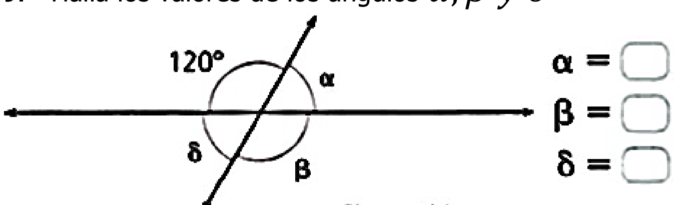


Figura 4.26

10. Los profesores Herlinda y Humberto llevaron media torta de mora para compartir con sus cursos. Según el número de estudiantes decidieron que el ángulo de corte de la porción de Humberto debía medir 97°. Entonces, ¿cuánto midió el ángulo de la porción de Herlinda?

REFLEXIÓN:

Colorea de verde, naranja o rojo, de acuerdo a tu experiencia con este taller: